

Parlar de matemàtiques per aprendre'n

Teresa Serra Santasusana

Mestra i psicopedagoga
Fundadora de l'Escola Vila Olímpica
tserra@xtec.cat

Resum

La finalitat d'aquest article és valorar la conversa de matemàtiques a la classe per contribuir a la millora de l'aprenentatge de les matemàtiques dels nens i nenes d'educació primària. En aquest sentit, d'una banda, s'exposa el marc teòric des de la perspectiva socioconstructivista que la justifica, i d'altra banda, s'analitza una activitat matemàtica de classe en la qual la conversa juga un paper central.

Es presenta la Pauta d'observació de la conversa de matemàtiques a l'aula, que esdevé un instrument útil per a l'anàlisi del desenvolupament del procés d'aprenentatge de les matemàtiques dels infants i de la gestió de l'aula per part del mestre.

Abstract

The objective of this article is to highlight the use of math conversation in class to contribute to the improvement of children's learning of mathematics in primary education. On the one hand, it explains the theoretical framework from a social constructivist perspective that justifies it; and, on the other, it analyzes a particular mathematical activity in which conversation plays a central role.

It presents several guidelines for observing math conversation in the classroom, which becomes a useful tool for analyzing the development of the mathematical learning process of children and the management of the class by the teacher.

Introducció

En aquest article es pretén posar en valor la conversa de matemàtiques a la classe i a l'escola; tal com indica el títol, parlar de matemàtiques per aprendre'n, i fer-ho des del començament, a l'educació infantil i primària.

El punt de partida és l'estudi realitzat dins del marc de la llicència d'estudis retribuïda concedida pel Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya (Resolució EDU/559/20099) i que alhora fou objecte del Premi Marta Mata de Pedagogia 2010.

Es descriu el marc teòric d'anàlisi que justifica la rellevància de la conversa de matemàtiques a primària per contribuir al desenvolupament del coneixement matemàtic, i s'aprofundeix en els criteris de gestió de la classe per fer fluir la conversa de matemàtiques.

Prenent un exemple d'activitat matemàtica a l'aula, es mostra la Pauta d'observació de la conversa de matemàtiques. Aquest instrument esdevé una aportació que ofereix criteris per tenir una mirada i una valoració contrastada i objectiva de la conversa de matemàtiques, amb la finalitat de contribuir a la millora en l'aprenentatge de les matemàtiques, sobretot centrada en la gestió de l'aula.

Per què parlar de matemàtiques a la classe?

Quina rellevància té la conversa de matemàtiques a l'educació primària? Aquest no és un aspecte sobre el qual sovint els mestres es facin preguntes quan es tracta sobre l'aprenentatge de les matemàtiques a les primeres etapes. Tanmateix esdevé important sobretot si és té en compte que a l'educació primària una de les finalitats és obrir i afermar el coneixement i l'ús del llenguatge matemàtic com una eina potentíssima de representació de la realitat, tant de fenòmens naturals com socials (Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya, 2007). Els nens i les nenes, en diferent grau segons les seves potencialitats, han de poder traduir situacions de vida al llenguatge matemàtic, alhora que han de poder farcir de realitat expressions matemàtiques.

En aquest sentit, es pot afirmar que és a l'educació primària on es genera i es fonamenta l'actitud d'obertura cap a la integració d'un nou llenguatge simbòlic i sintètic, el matemàtic, per comprendre millor el món. És sovint entorn dels deu o onze anys que massa criatures, a les nostres escoles, mostren un clar convenciment que les matemàtiques no han nascut per a elles i aleshores decideixen que no els agraden. Es fa difícil combatre aquesta actitud negativa un cop instal·lada en el fer de cadascú, per la qual cosa cal posar en marxa un tractament de les matemàtiques que no desemboqui en aquest desgrat.

La hipòtesi de treball subjacent d'aquest article és justament que l'ús de la conversa, acompanyat de l'experimentació i de les representacions pròpies del llenguatge matemàtic, pot esdevenir d'una gran ajuda i, consegüentment, pot fer de bastida en la incorporació del llenguatge simbòlic en les primeres etapes. El procés de representació, de traducció d'anada i tornada, és un camí complex que cal cuidar i acompanyar perquè tingui significat per a cada nen i nena, ja que només així el llenguatge matemàtic esdevindrà funcional i simbòlic, sempre dins de la concepció de l'aprenentatge socioconstructivista en què aprendre és el resultat de la interacció amb els altres i de la reflexió personal.

Cal, doncs, buscar evidències en l'estudi del paper que la conversa pot exercir en la construcció del coneixement i de la competència matemàtica:

- Bishop (1999) destaca el fet d'explicar com una de les de sis activitats matemàtiques que s'observen en el procés de desenvolupament del coneixement matemàtic de totes les cultures, per diferents que siguin. Explicar exposa relacions existents entre fenòmens i busca la unitat subjacent a la diversitat. Explicar s'ocupa de donar resposta al perquè. La relació explicativa cerca la similitud, la regularitat entre fets que en aparença difereixen.

Les matemàtiques endeguen la cerca de patrons de regularitat davant de fets, situacions i processos que aparentment no tenen cap similitud i, en conseqüència, els expliquen.

- Les converses en les quals s'exploren les idees matemàtiques des de diferents perspectives ajuden els participants a compartir el que pensen i a establir connexions. Els alumnes que s'involucren en discussions per a justificar solucions, especialment quan hi ha desacord, arriben a una millor comprensió matemàtica a mesura que intenten convèncer els seus companys dels seus punts de vista. Aquesta activitat contribueix al desenvolupament del llenguatge per expressar les idees matemàtiques i alhora a valorar la necessitat de la precisió del llenguatge (Hatano i Inagaki, 1991).
- En oferir un espai i un temps a la classe per tal que els estudiants expressin les seves pròpies idees matemàtiques es fomenta que tant l'alumnat com la mestra argumentin. En aquesta línia, Yackel (2002) conclou que l'èmfasi en l'argumentació col·lectiva pot esdevenir molt útil per promoure l'obertura de les discussions matemàtiques per a nous conceptes i instruments que poden emergir de la conversa, entenent per argumentació col·lectiva aquella que es dona quan dos o més argumentacions individuals interactuen.
- Aquestes maneres de mirar la classe de matemàtiques porten immersa la concepció de l'aula com a comunitat d'aprenentatge, on tots els nens i nenes i també la mestra aprenen en la mesura que interactuen. Sovint resulta difícil i complex per als mestres canviar el model d'ensenyament de l'àrea, desplaçant-se des d'un model directiu a un model més col·laboratiu sustentat en la creació d'una comunitat d'aprenentatge que inclogui els nens i les nenes i la mestra. En aquest últim model, la conversa hi té un lloc destacat (Mercer, 2001). Tanmateix, quan el professorat s'adona que els alumnes poden defensar les seves idees, qüestionar i clarificar les dels altres, la importància del discurs comença a guanyar terreny.
- Hufferd-Ackles, Fuson i Sherin (2004) defineixen quatre nivells de complexitat en el desenvolupament de la conversa de matemàtiques de l'alumnat amb el mestre en la comunitat d'aprenentatge que és l'aula:
 - Nivell 0: Classe tradicional, directiva, l'alumnat dona respostes breus.
 - Nivell 1: La mestra comença a centrar l'atenció en el pensament matemàtic de l'alumnat. La mestra juga el paper central en la comunitat d'aprenentatge de matemàtiques.
 - Nivell 2: La mestra modela i ajuda l'alumnat a assumir nous rols. Creix el coensenyament i el coaprenentatge entre alumnes mitjançant la conversa.
 - Nivell 3: La mestra actua com a comestra i coaprenent. La mestra gestiona tot el que passa a la classe. La mestra està a punt per ajudar, però d'una manera més perifèrica, menys directiva.

Aquests nivells estan íntimament vinculats a la concepció de construcció del coneixement matemàtic que té el professorat. Mentre que els primers nivells parteixen de concepcions molt centrades en la transmissió del coneixement, en què el mestre ofereix models de resolució que els alumnes copien i repliquen, els dos últims s'inscriuen dins del marc socioconstructivista, en què es fa palès que és l'alumne qui construeix, descobreix i inventa els models de resolució, conjuntament amb els altres i amb el mestre. Aquests nivells de complexitat són els referents de l'anàlisi de les converses dutes a terme en l'estudi al qual es refereix aquest article.

Posar l'atenció en la conversa de matemàtiques a la classe en el camí d'integració del llenguatge matemàtic dels nens i de les nenes fa emergir una determinada mirada de l'aprenentatge de les matemàtiques que se centra fonamentalment en el procés d'aprendre, sense deixar de banda l'anàlisi dels resultats. I que coincideix amb la que expressa el document de les Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic (2013), que focalitza en la resolució de problemes, el raonament i la prova, les connexions i la comunicació i representació. Analitzar el procés de desenvolupament de l'aprenentatge de les matemàtiques permet precisar en termes qualitatius els diferents nivells de competència matemàtica dels alumnes i genera consciència i voluntat de millora en el professorat.

La creació d'una actitud positiva cap a l'aprenentatge del llenguatge matemàtic; dit en d'altres paraules, la motivació per entrar en una nova manera de descriure i explicar el món de forma general i sintètica, esdevé responsabilitat única i exclusiva dels mestres de les etapes d'educació infantil i primària. Es tracta, doncs, d'una tasca molt rellevant per les conseqüències que comporta al llarg de l'aprenentatge dels infants.

Com organitzar la classe de matemàtiques per donar lloc a la conversa?

Abans que res, es fa imprescindible disposar d'una actitud oberta, d'escolta, flexible i constructiva per part del professorat per tal d'encaminar la classe de matemàtiques cap als nivells 2 i 3 que defineixen Hufferd-Ackles, Fuson i Sherin. És necessari que tots els actors confiïn en la conversa de matemàtiques a la classe per tal que flueixi i doni lloc a nous aprenentatges. Els alumnes, a mesura que se'ls vagi posant en aquesta situació, sempre que el mestre ho faci d'una manera sincera i convençuda, s'hi aniran acomodant i cada vegada desplegaran més habilitats en la comunicació i el contrast, però el mestre, que n'és el gestor, necessita, des de bon començament, tenir una actitud positiva cap a aquesta manera de fer.

Per parlar de matemàtiques, quines activitats triar?

La conversa de matemàtiques requereix temps per dur-la a terme; per tant, cal fer una tria acurada de les activitats que generin debat. D'acord amb la caracterització que fa el National Council of Teachers of Mathematics (2006), les activitats haurien de:

- centrar-se en coneixements matemàtics rellevants;
- ser obertes;
- fomentar l'experimentació;
- fomentar un pensament complex i no només algorísmic que comporti contrast;
- requerir transferència de coneixement;
- demanar autoregulació (presa de decisions), i
- acollir la iniciativa dels infants.

A tall d'exemple, es mostra una de les activitats que es va analitzar en l'estudi al qual fa referència aquest article.

És una activitat per a nens i nenes de quart d'educació primària que es presenta com un problema obert que els alumnes van solucionar en petits grups heterogenis el primer dia i, posteriorment, en una altra ocasió, cada grup va exposar a la resta de la classe les vies de solució emprades.

Quina és la despesa d'aigua per a rentar-se les mans de tota la gent de l'escola en un dia?

Quan es planifica, si s'analitza la proposta d'acord amb els continguts i els processos del currículum de matemàtiques d'educació primària, es pot veure què es relaciona:

Taula 1. Planificació de l'activitat. Relació dels continguts i dels processos o dimensions.

<i>Processos/Continguts</i>	<i>Numeració i càlcul Mesura estadística</i>
Resolució de problemes	<ul style="list-style-type: none"> • Cerca de dades: recollida de dades mitjançant observacions, planificació de la resolució, predicció.
Raonament i prova	<ul style="list-style-type: none"> • Selecció de la unitat i de l'instrument més adequats per a realitzar una mesura. • Disseny d'activitats de mesura dins d'un context significatiu. • Realització de multiplicacions amb nombres naturals amb algorismes estàndard. Interpretació de la freqüència absoluta. • Acostament a la idea de mitjana. • Comprovació de la resposta d'un problema.
Comunicació i representació	<ul style="list-style-type: none"> • Descripció oral i escrita del procés de mesura. • Descripció oral, gràfica i escrita del procés seguit per a resoldre un problema.
Connexió	<ul style="list-style-type: none"> • Reconeixement i ús de l'estructura multiplicativa en el procés de mesurar. • Selecció adequada del tipus de càlcul segons la situació: càlcul mental, càlcul escrit i calculadora. • Cerca de relacions entre diferents processos de resolució.

D'acord amb els criteris relatius a la tria d'activitats, aquesta té com a element central la multiplicació, contingut del tot rellevant en aquest nivell. A més a més, aquest concepte es presenta vinculat a la realitat i relacionat amb d'altres processos i conceptes matemàtics, la mesura i el càlcul. La situació presentada demana la presa de decisions relatives a la recerca

de dades i, en aquest àmbit, l'ús de l'estadística per establir la mitjana de vegades que la gent es renta les mans a l'escola diàriament.

Com organitzar la classe perquè la conversa de matemàtiques flueixi?

Anteriorment ja s'ha indicat la conveniència de promoure el treball en grups d'alumnes heterogenis pel que fa al nivell de coneixement matemàtic, ja que la diversitat redunda en el contrast a l'hora de comunicar. En aquesta línia, el gran grup classe sempre conté l'heterogeneïtat.

L'experimentació, en aquest exemple, fou un aspecte del tot significatiu, després de representar quin podia ser el camí de solució del problema.



1. Es planteja el problema. Es discuteix com cercar les dades.



2. A la secretaria potser es pot descobrir una dada: quants mestres, monitors i altres treballadors hi ha a l'escola.



3. Mesura de l'aigua que surt per l'aixeta del lavabo quan es prem.



4. Es mesura amb precisió l'aigua recollida al lavabo.

Però, com conduir la conversa?

La intuïció sovint esdevé una bona guia i aquest fou el referent de l'autora de l'article durant molts anys. Tanmateix, l'estudi sobre la conversa representà una oportunitat per analitzar-ne

i sistematitzar-ne els criteris essencials. En qualsevol conversa de matemàtiques a la classe, la mestra, tant per part seva com dels infants, hauria de considerar:

Preguntes. Fer preguntes que provoquin el pensament i que fomentin el diàleg (preguntes obertes, amb perspicàcia, que posin en relleu dades essencials). Fomentar que els nens i nenes formulin preguntes a la mestra i als companys.

Expressió del coneixement matemàtic. Utilitzar la recapitulació, l'exhortació i la reformulació per tal de fomentar que els alumnes comuniquin les idees pròpies. Sol·licitar la descripció i l'explicació dels processos realitzats. Facilitar el contrast de diferents resolucions. Fomentar l'ús de representacions diverses, verbals, gràfiques, amb material, i la seva relació. Sovint els infants necessitaran l'experimentació amb els materials per a fer explícit el seu coneixement matemàtic i el procés de pensament.

Font de les idees matemàtiques. Utilitzar les idees de l'alumnat com a guia per al desenvolupament de l'aprenentatge. Relacionar les idees dels alumnes amb els objectius planificats. Analitzar els errors i tractar-los com a oportunitats per a aprendre. Fomentar que l'alumnat exposi al·legacions i conjetures. Aquest criteri posa damunt de la taula la possibilitat que el mestre estiri l'activitat a partir de les propostes matemàtiques que fan els nens i nenes en la conversa, tot oferint la iniciativa als alumnes, filtrada per la seva mirada i la seva intenció.

Responsabilitat de l'aprenentatge. Donar temps als nens i nenes per a pensar i parlar. Encoratjar l'alumnat a l'aprenentatge. Actuar analitzant el context concret, oferint ajuda, deixant vèncer dificultats, proposant reptes... Fomentar la coresponsabilitat mitjançant: redir el que un altre ha dit, sol·licitar acords i desacords justificats, fomentar l'ajuda entre iguals, acceptar suggeriments. La finalitat resideix a posar l'estudiant en el centre de la responsabilitat de l'aprenentatge.

Conversa en petit grup:



5. Cadascú utilitza el procediment de càlcul que li sembla més adient.



6. Es contrasten diferents solucions.

Conversa en gran grup:



7. Cada grup repassa l'exposició que haurà de fer a la resta de la classe.



8. Un dels grups explica el seu procés de solució al problema.



9. Hi ha alguna cosa a dir sobre l'explicació que estan escoltant.

I després de la conversa?

Després de les converses en petit i gran grup i de les representacions dels alumnes, la mestra constata que el treball dut a terme supera amb escreix la planificació prèvia, justament per les aportacions realitzades gràcies a la conversa.

En aquest sentit, es descriuen els continguts matemàtics tractats en la solució del problema de l'aigua a través de la conversa i es marquen els que no s'havien planificat.

Taula 2. Recull de l'activitat. Relació dels continguts i dels processos o dimensions.

<i>Idees matemàtiques presents a la conversa de quart relacionades amb els continguts i els processos del currículum de matemàtiques</i>	
<i>Processos/Blocs contingut</i>	<i>Numeració i càlcul. Mesura</i>
Resolució de problemes	<p>Comprensió de l'abast d'un problema obert relacionat amb l'entorn:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Decisió sobre els límits de l'abast del problema. • Decisió sobre les dades necessàries. • Descobriments sobre la rellevància d'alguna dada no explícita. • Anticipació del procés per a la cerca de les dades. • Cerca de dades per a un problema. <p>Plantejament de problemes relatius als procediments de resolució:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Multiplicació de tres factors. • L'algorisme de la multiplicació de decimals. • L'algorisme de la multiplicació de 2 i 3 xifres. • La prova de la multiplicació: multiplicació i divisió, operacions inverses. • Cerca de solucions als problemes de procediment i contrast de les solucions.
Raonament i prova	<ul style="list-style-type: none"> • Contrast, revisió i validació en la cerca de dades: cerca del procés per a trobar la resposta al problema. • Establiment de supòsits per a resoldre el problema: comprovació del procés seguit per a resoldre un problema. • Contrast de solucions trobades. • Estimació del marge d'error en la resolució d'un problema obert. • Aproximació de magnituds discretes i contínues per arrodoniment. • Lectura de quantitats decimals. • Ús adequat de les unitats de mesura de capacitat.
Comunicació i representació	<ul style="list-style-type: none"> • Recapitulació sobre les dades obtingudes per a resoldre un problema. • Descripció del procés seguit per a obtenir les dades del problema. • Descripció del procés seguit per a resoldre un problema.
Connexió	<ul style="list-style-type: none"> • Reconeixement del concepte de multiplicació relacionat amb la mesura. • Decisió i ús adequat de diferents procediments de càlcul multiplicatiu: càlcul mental, calculadora, càlcul escrit, en funció del context.

Com analitzar les converses i amb quina finalitat?

Disposar de criteris clars, contrastats i objectivables per a analitzar la conversa de matemàtiques pot representar una ajuda a l'hora de fer una valoració qualitativa tant de les aportacions i les maneres de fer de la mestra com dels nens i nenes.

Si es focalitza en els alumnes, es podrà disposar de dades qualitatives que il·lustraran el seu nivell de desenvolupament del coneixement i competència matemàtica, mentre que si es focalitza en la mestra, s'obtidran dades relatives a la metodologia i gestió de l'aprenentatge que podran redundar en la millora de la pràctica docent. I si es du a terme una mirada contrastada i conjunta dels uns i els altres s'aconseguirà comprendre quin tipus d'aprenentatge s'està promovent i, per tant, la seva millora.

En aquest sentit, el repte de l'estudi, al qual es refereix aquest article, fou precisament la creació d'un instrument d'anàlisi de la conversa de matemàtiques: la Pauta d'observació de la conversa de matemàtiques (Serra, 2010), tant des de la perspectiva de la mestra com de la dels infants, que contribuís a poder categoritzar les converses d'acord amb els nivells definits per Hufferd-Ackles, Fuson i Sherin (2004).

En la Pauta d'observació s'han diferenciat les anàlisis de les aportacions del professorat de les de l'alumnat. Ambdues, però, segueixen un mateix patró d'observació, que s'organitza en quatre blocs que responen als processos més rellevants que apareixen en la conversa de matemàtiques i que contribueixen a la construcció del coneixement matemàtic:

- Les preguntes, tant de la mestra com de l'alumnat, tenen una presència preeminent en la conversa; sovint en són el motor que la propulsa.
- L'expressió del coneixement matemàtic es vincula molt estretament amb les diverses formes de representació que pot adoptar un concepte matemàtic, formes que van de les més concretes, utilitzant el material manipulable, a les més abstractes, amb l'ús del llenguatge matemàtic. Resulta cabdal tenir cura i acompanyar d'una manera especial el procés de representació que fan els alumnes quan aprenen matemàtiques per tal que puguin donar sentit i significat al llenguatge matemàtic.
- La font de les idees matemàtiques fa una referència clara a la concepció de la classe com una comunitat d'aprenentatge, en el sentit de comprendre que les idees matemàtiques poden aparèixer per part dels alumnes i de la mestra, si bé és la mestra qui gestiona la conversa i qui ha establert prèviament els objectius de treball.
- La responsabilitat de l'aprenentatge aprofundeix en la idea que, en una comunitat d'aprenentatge, mestra i alumnes tenen responsabilitat en el procés d'aprendre.

Dins de cada bloc, s'han definit diferents categories i indicadors que permeten realitzar l'anàlisi de la conversa a partir de l'observació i el registre de fets que es desenvolupen a l'aula. Les unes i els altres van des d'un model de classe més directiva fins a un model de classe més col·laborativa. A continuació es mostren les categories i els indicadors relatius a cadascun dels blocs (Serra, 2010).

Taula 3. Pauta d'observació de la conversa de matemàtiques. Aportacions del professorat.

<i>Bloc 1: Preguntes</i>
<p>La mestra fa preguntes, expressions o actuacions que regulen la interacció.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Només pregunta la mestra. 2. Demana als alumnes que l'escoltin. 3. Demana als alumnes atenció a les seves explicacions. 4. Espera que els alumnes es facin preguntes entre ells relacionades amb la seva feina. <p>La mestra formula preguntes o expressions que fomenten el coneixement.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Fa preguntes breus i freqüents. 2. Fa preguntes tancades. 3. Fa algunes preguntes sobre com pensen els alumnes o sobre els processos de resolució que utilitzen. 4. Fa preguntes obertes. 5. Fa preguntes amb perspicàcia. 6. Demana als alumnes que justifiquin les seves respostes. Per què? 7. Les preguntes de la mestra guien el discurs de la classe. 8. Fa preguntes que fomenten que es posi de manifest la rellevància d'algunes dades. 9. Les preguntes que fa la mestra fomenten les connexions. 10. Repeteix preguntes clau. <p>La mestra formula preguntes o expressions que fomenten la col·laboració.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Fa preguntes a un alumne relatives als treballs dels altres. 2. Facilita que els alumnes preparin preguntes sobre els treballs d'altres alumnes. 3. Planteja preguntes per aclarir els processos de resolució dels alumnes. (Les preguntes de la mestra tenen en compte les limitacions d'alguns alumnes per comprendre les explicacions dels altres.)
<i>Bloc 2: Expressió del pensament matemàtic</i>
<p>La mestra és el centre d'atenció de l'expressió del pensament matemàtic.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Centra l'atenció en les respostes dels alumnes. 2. Ofereix força explicacions. 3. Fa poques intervencions que estimulin les explicacions de les estratègies utilitzades pels alumnes. 4. S'exposen una o dues estratègies de resolució d'una mateixa tasca. <p>La mestra fomenta l'aparició de diferents expressions verbals del pensament matemàtic dels alumnes.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Dóna suport, mitjançant comentaris i preguntes, a les descripcions dels processos que fan els alumnes. 2. Facilita l'expressió d'un ventall d'estratègies dels alumnes. 3. Segueix de molt a la vora les descripcions que fan els alumnes del seu pensament.

La mestra fomenta l'aparició de diferents representacions del pensament matemàtic dels alumnes a través del material manipulable.

1. Aporta i suggereix l'ús de materials manipulables per a l'expressió del pensament matemàtic dels alumnes.

La mestra fomenta l'aparició de diferents representacions del pensament matemàtic dels alumnes mitjançant els gràfics, els diagrames o el llenguatge simbòlic.

1. Aporta imatges, diagrames, taules i gràfics rellevants per a l'expressió del pensament matemàtic.
2. Utilitza metàfores, analogies o històries per a expressar el pensament matemàtic.

La mestra fomenta el contrast de diferents expressions del pensament matemàtic dels alumnes.

1. Suggereix als alumnes que descriguin els processos exposats per altres.
2. Suggereix als alumnes que valorin justificadament els processos exposats per altres.
3. Suggereix als alumnes que utilitzin els processos exposats per altres.

Bloc 3: Font de les idees matemàtiques

La mestra és la font de les idees matemàtiques.

1. Se situa físicament a la pissarra amb el guix a la mà.
2. Explica i mostra als alumnes com es fan matemàtiques.
3. Encara és la font principal d'idees, però fomenta que es manifestin algunes idees dels alumnes.

La mestra fa emergir les idees matemàtiques a través de recollir les aportacions dels alumnes.

1. Per explicar, utilitza les respostes i les aportacions dels alumnes.
2. Posa paraules a les accions dels alumnes.
3. Permet que els alumnes interrompin les seves explicacions amb comentaris.
4. Fomenta, mitjançant comentaris i preguntes, que els alumnes expliquin les seves pròpies estratègies.

La mestra fa emergir les idees matemàtiques a través de contrastar les aportacions dels alumnes.

1. Compara i contrasta les explicacions dels alumnes.

La mestra fa emergir les idees matemàtiques a través d'analitzar els errors dels alumnes.

1. Amb els seus comentaris, fomenta que emergeixin idees errònies o incompletes per tal d'analitzar-les i millorar-les.
2. Utilitza els errors com a oportunitats per a aprendre.

La mestra condueix les lliçons de matemàtiques a partir de recollir les idees dels alumnes mitjançant comentaris, justificacions o recapitulacions.

1. Incorpora les notacions i el llenguatge matemàtic a les idees dels alumnes.
2. Aporta justificacions a les solucions dels alumnes.
3. Fa recapitulacions a partir de les aportacions dels alumnes.
4. Decideix la importància del que cal continuar explorant i aprofundint.
5. Utilitza les idees dels alumnes i els processos com a bases per a desenvolupar les lliçons.

Bloc 4: Responsabilitat de l'aprenentatge

Les actuacions de la mestra mostren la seva responsabilitat en l'aprenentatge dels alumnes.

1. Repeteix a tota la classe les respostes, que van dirigides a ella.
2. Contesta als alumnes per verificar la correcció de les respostes.
3. Només ella fa el *feedback*.
4. Mostra diverses actuacions d'acord amb les diferents necessitats dels alumnes.
5. En funció del context, aporta informació, dóna pistes, clarifica, modelitza.
6. En funció del context, deixa als alumnes que vencin les dificultats.
7. Amb les seves actuacions, mostra claredat en els objectius d'aprenentatge.

Les actuacions de la mestra fomenten la coresponsabilitat de l'aprenentatge amb els alumnes.

1. Dóna temps perquè els alumnes participin.
2. Fa propostes que faciliten que els alumnes s'escoltin i s'ajudin entre ells.
3. Amb els seus comentaris i actuacions, encoratja els alumnes perquè es responsabilitzin de comprendre les idees dels altres.
4. Demana l'opinió, l'acord o el desacord, amb formes de resolució dels altres i la justificació de l'opinió.
5. Suggereix que els alumnes afegixin quelcom.

La mestra fomenta amb les seves propostes i comentaris la col·laboració entre alumnes.

Taula 4. Pauta d'observació de la conversa de matemàtiques. Aportacions de l'alumnat.

Bloc 1: Preguntes

Els alumnes responen o intervien per iniciativa de la mestra.

1. No hi ha conversa matemàtica entre els alumnes.
2. Quan un alumne respon una pregunta de la mestra, els altres escolten passivament o esperen el seu torn.
3. Fan preguntes sobre el treball dels altres, sovint encoratjats per la mestra.

Els alumnes intervenen per iniciativa pròpia.

1. Poden iniciar la conversa per iniciativa pròpia, sense dependre de la mestra.
2. Fan preguntes sobre el treball dels altres, per iniciativa pròpia.
3. S'escolten atentament.

Els alumnes donen respostes diferents.

1. Donen respostes breus únicament a la mestra.
2. Fan descripcions completes del seu pensament.

Els alumnes suggereixen preguntes, problemes, justificacions, aclariments.

1. Fan preguntes i escolten les respostes.
2. Suggereixen problemes.
3. Moltes de les preguntes que fan són perquè demanen respostes justificades.
4. Repeteixen les preguntes fins que comprenen bé les respostes.

Bloc 2: Expressió del pensament matemàtic

El centre d'atenció són les respostes (finals) dels alumnes.

1. El centre d'atenció del treball són les respostes breus dels alumnes.
2. Hi ha poques intervencions voluntàries dels alumnes.
3. Normalment aporten informació quan la mestra ho suggereix.

Els alumnes comuniquen els seus processos de resolució verbalment.

1. Aporten informació i explicacions voluntàriament.
2. Fan descripcions breus del seu pensament.

Els alumnes comuniquen els seus processos de resolució utilitzant diferents representacions no només verbals.

1. Usen el material manipulable per a expressar el seu pensament.
2. Utilitzen gràfics, diagrames, per a descriure els seus processos de resolució.
3. Fan servir metàfores i analogies per a explicar les seves idees.
4. Utilitzen diferents representacions per a expressar els processos emprats, algunes d'inventades i lliures i altres de convencionals.

Els alumnes justifiquen els processos de resolució.

1. Justifiquen les seves respostes amb l'ajuda de petites insinuacions de la mestra.
2. Justifiquen les seves respostes per ells sols.
3. Els arguments presentats per alguns no són rellevants per als altres.
4. Els arguments que presenten alguns alumnes són rellevants per als altres.

Bloc 3: Font de les idees matemàtiques

Els alumnes imiten la mestra quan parlen de matemàtiques.

1. Imiten la mestra. No mostren les seves pròpies idees matemàtiques.

Els alumnes aporten algunes idees pròpies quan parlen de matemàtiques.

1. Emergeixen algunes de les seves idees en les discussions, però no s'analitzen a fons.
2. Mostren confiança i seguretat en explicar els seus raonaments i estratègies i compartir-los amb els altres.
3. Les seves idees esdevenen sovint la guia de la lliçó.
4. Aporten les seves idees quan la mestra o altres alumnes estan ensenyant.

Els alumnes aporten propostes d'avenç del coneixement matemàtic.

1. Fan al·legacions (proposicions assertives).
2. Fan conjectures.
3. Justifiquen al·legacions.
4. Suggerixen explorar exemples i contraexemples per investigar conjectures.

Els alumnes contrasten idees matemàtiques.

1. Espontàniament, comparen, contrasten i construeixen les seves idees.

Bloc 4: Responsabilitat de l'aprenentatge

Els alumnes mostren poca responsabilitat o iniciativa en el seu aprenentatge.

1. Mostren una actitud passiva, intenten imitar la mestra.
2. Algunes vegades, repeteixen el que d'altres han dit.
3. Ajuden els altres quan la mestra ho demana.
4. L'ajuda entre els alumnes se centra a mostrar com han solucionat el problema.
5. Imiten el model de la mestra en el treball per parelles i de gran grup.
6. Quan la mestra ho demana, posen paraules a les idees dels altres.

Els alumnes mostren coresponsabilitat en el seu aprenentatge.

1. S'impliquen a aclarir idees dels altres per a fer-les seves.
2. S'escolten els uns als altres.
3. S'escolten i contribueixen a aclarir idees pròpies i dels altres en les discussions de gran grup, petit grup i parelles.
4. Ajuden els altres a comprendre i a corregir els errors, oferint pistes, fent preguntes, suggerint analogies.
5. Decideixen quin suport donen a les seves descripcions de les solucions.
6. Escullen i manifesten camins de resolució propis, que no s'han suggerit a l'aula.
7. Escullen i manifesten camins de resolució propis, que no s'han suggerit a l'aula, i els justifiquen.

Algunes de les converses que va generar el problema de l'aigua i la seva anàlisi

Context de la conversa: La mestra amb el petit grup. Es reesitua el problema obert amb les dades recollides fins ara.

M.: Mira, podeu aprofitar que el Pau G. acaba d'arribar i expliqueu com s'ha... portat...

Pau O.: Heu de mesurar quanta aigua es gasta a l'escola quan tots ens rentem les mans. I hem decidit primer, i a la biblioteca hem vist quanta gent hi ha... quants nens, després hem anat a baix a l'Anna a preguntar-li quants monitors, mestres i tutors i... cuiners i monitors de menjador... i ens han dit 69. I hem fet la suma de 450, que eren els nens més 69, i tenim 519 persones.

M.: Molt bé i ara podríeu potser explicar-ne algun altre.

David: I després hem anat a baix, primer hem dit que havíem de calcular quanta aigua gastàvem entre tothom... Crec que la Maria o el Pau...

M.: Un de nosaltres.

David: Un de nosaltres ha dit que necessitàvem una gerra petita, aleshores la Teresa ens l'ha donat, però hem dit que no, que necessitàvem alguna cosa més grossa per mesurar. Hem anat a baix, hem anat a agafar un bol, hem vist quanta aigua gastem, però tenim un problema...

M.: Però, abans d'arribar a aquest problema que el preocupa tant, m'interessaria que apuntéssiu la dada de cada vegada que premem l'aixeta, quina quantitat d'aigua ha sortit?

Pau O.: La segona dada, gasta... 2 litres... 2 litres i...

M.: 97.

Pau O.: 2,97...

Pau G.: 2,97? Litres?

Pau O.: Sí.

M.: És a dir, si arrodoníssim el 2,97, quant seria? Quants litres ens sortirien?

Maria: 3.

M.: Molt bé.

David: Ara hem de fer la multiplicació...

M.: No, no, no. Jo crec que aquest problema, si no el podem solucionar, el deixarem una mica a banda i miraríem el resultat final. Diu que hi ha gent que malgasta l'aigua...

David: Que es creuen llestos...

M.: Que malgasta l'aigua. Això no cal que ho diguis. Que malgasten l'aigua i aleshores gasten més del compte. I, és clar, si hem de comptar l'aigua, aquesta dada no la sabem. No la sabem i és impossible saber-la.

David: Impossible saber-la.

M.: Impossible saber-la. De moment, el que podríem fer és... no ho sé. Què podríem fer? Què creieu?

Pau G.: És possible... si tothom guarda la seva aigua en un bol i la fica... però és que... (riu).

M.: Però ho podem fer això ara?

Tots els alumnes: No.

Pau O.: No hi ha suficients bols per a 450 persones.

M.: Però seria una manera de controlar-ho?

A. (?): Podríem fer-ho...

A. (?): Podríem fer-ho, però...

M.: Si ho tinguéssim, seria una manera de controlar-ho? Aleshores, què et sembla, David... tirem endavant amb aquests números o...? No ho sé, jo vaig fent resums.

David: Sí.

Context de la conversa: Resolució del problema en petit grup. Es parla del procediment d'operar amb les dades i apareixen preguntes relatives a multiplicar tres factors i a multiplicar amb nombres decimals.

M.: A veure, faig un resum. Sabem el nombre de persones, sabem la quantitat d'aigua que surt cada vegada que es prem l'aixeta i sabem, hem decidit, heu decidit, perdó, arrodonir a cinc cops que es renten totes aquestes persones per un dia. Doncs, i ara què heu de fer?

Pau O.: Hauríem de fer...

Pau G.: 6 per 519 (parlen alhora).

M.: Un moment, no parleva tots alhora.

Pau O.: Jo crec que hauríem de fer 519.

M.: Xit. Un moment, deixa que... deixa que...

Pau G.: Una pregunta... Es poden fer multiplicacions. (Mira el full i pensa.) Ah! La tercera dada era el 5, no?

M.: Sí, cinc vegades.

Pau G.: Es podria fer una multiplicació així? (Mostra les dades a la mestra, una multiplicació de tres factors.)

M.: Ah! No ho sé.

Pau G.: Es podria fer una multiplicació amb tres, però no sé com fer-ho.

M.: Es podria fer? Agafar aquestes tres dades i multiplicar-les?

Pau G.: Sí, però encara no estem tan avançats.

David: Sí, però hi ha una altra manera de fer això. Primer fem dues coses i amb el resultat multipliquem per la tercera.

M.: Què? Sí?

(Alguns assenteixen.)

Pau O.: Jo crec que hauríem de fer...

M.: Fem una cosa, aquí hi ha una proposta. Quina és la teva? (ho pregunta al Pau O.).

Pau O.: Que jo crec que primer hem de fer 519 per 279, després posem la coma i després ho multipliquem per 5.

M.: Aleshores...

Pau G.: La coma després de les multiplicacions, la coma al final.

David: Jo crec que la coma hauria de desaparèixer.

Pau G.: La coma després de les multiplicacions.

David: No, que el meu pare em va ensenyar que, si no saps dividir... Ai! Si no saps multiplicar 2,97 per... treus la coma i després et donarà el mateix.

Pau O.: Ja, però després has de posar la coma.

Pau G.: És clar, i al final, és el que estic dient jo. Els tres últims... després de les tres multiplicacions...

M.: Mireu, fem una cosa...

Pau O.: Jo ho trobo bé i vosaltres? (es dirigeix a l'Elena i a la Maria). Perquè fer multiplicacions de tres pisos no sé si funcionarà, perquè no sé ni com es fa.

M.: Mira, un pot fer una cosa, l'altre pot fer l'altra i l'altre pot fer els tres pisos i després comparem els resultats.

Pau O.: Però, tres pisos! Si és que no sabem com es fa.

M.: Aleshores no podem proposar de fer-ho, perquè jo ara no ensenyo res, eh?

David.: Sí, amb la calculadora.

Pau O.: Amb la calculadora? Si hem de pensar amb el cap.

Pau G.: Podríem fer 519 per 297 per 5 i ens donarà el resultat.

M.: Feu-ho...

S'ofereixen els resultats de les aportacions de la mestra en les converses, que representen un 66%, i es destaquen les categories amb més presència: fomenta l'aparició de diferents expressions verbals del pensament matemàtic dels alumnes, formula preguntes o expressions que fomenten el coneixement, així com les seves actuacions mostren la seva responsabilitat en l'aprenentatge dels alumnes.

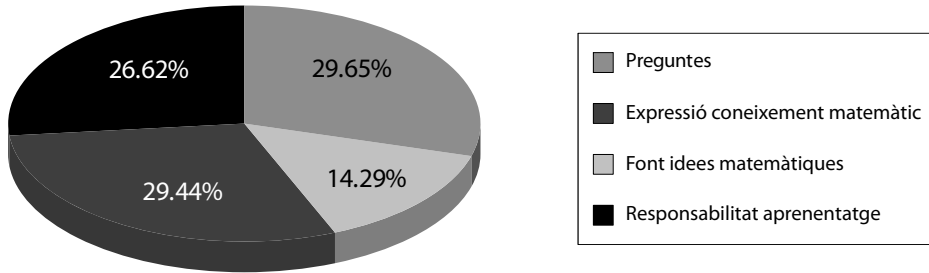


Figura 1. Aportacions del professorat per blocs de categories. Conversa quart.

Pel que fa a l'anàlisi de les aportacions de l'alumnat, són del 34% i les categories més destacables, perquè hi són amb freqüència: els alumnes aporten idees pròpies quan parlen de matemàtiques, mostren coresponsabilitat en el seu aprenentatge i el centre d'atenció de l'expressió del pensament matemàtic són les seves respostes.

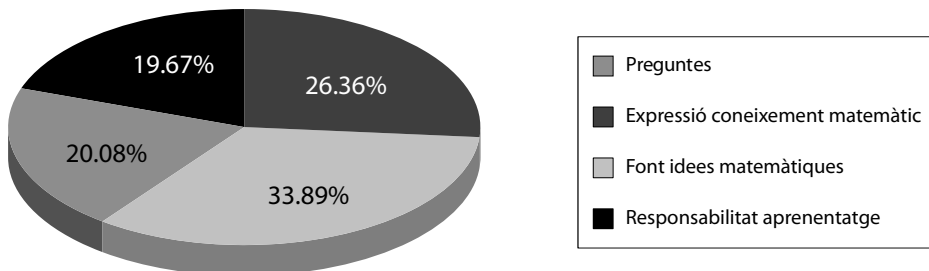


Figura 2. Aportacions de l'alumnat per blocs de categories. Conversa quart.

Es pot concloure que aquesta conversa se situa en el nivell 2 de complexitat del desenvolupament de la conversa definit per Hufferd-Ackles, Fuson i Sherin (2004): la mestra modela i ajuda els alumnes a assumir nous rols. Creix el coensenyament i el coaprenentatge entre alumnes

mitjançant la conversa. Tot i que la mestra té un paper central, els nens i les nenes prenen cada vegada més protagonisme i iniciativa en la conversa. La mestra facilita, mitjançant preguntes, suscitacions, recapitulacions, exhortacions i reformulacions que els alumnes se sentin confiats i segurs per comunicar els resultats i els processos emprats per arribar-hi, i que no temin l'expressió de possibles errors. Els alumnes comencen a discutir i contrastar maneres de fer entre ells, encoratjats per la mestra.

Conclusions

La importància de la conversa de matemàtiques a la classe, entre la mestra i l'alumnat, s'inscriu clarament dins del currículum de matemàtiques per a l'educació primària, que considera del tot rellevant que la comunicació i la representació dels resultats i processos que realitzen els infants durant l'aprenentatge són un dels components de la competència matemàtica.

La conversa de matemàtiques a la classe s'entén dins del marc de l'aula i l'escola com a comunitat d'aprenentatge, on nens i nenes i mestra avancen conjuntament en el coneixement matemàtic mitjançant les interaccions verbals sobre activitats matemàtiques que esdevinguin reptes (Serra, 2008).

Per als aprenents, la conversa pot esdevenir un pont cap a la comprensió i la representació, tot fent ús del llenguatge matemàtic, alhora que pot afavorir la connexió i la transferència de conceptes matemàtics. Per als docents, la conversa es pot convertir en una eina que afavoreix l'ajuda pedagògica, ja sigui de la mestra o dels companys de classe, i alhora es pot utilitzar com a instrument d'autoavaluació de la docència i d'avaluació de l'alumnat.

És necessari, però, un bon guiatge de la conversa, a més a més de la planificació d'activitats que portin els alumnes a fer matemàtiques. La gestió de l'aula per part de la mestra durant la conversa esdevé fonamental. Els blocs de categories, definits en la Pauta d'observació de la conversa de matemàtiques, les preguntes, l'expressió del coneixement matemàtic, la font de les idees matemàtiques i la responsabilitat de l'aprenentatge, conjuntament amb les categories i els indicadors, poden ser una guia a considerar tant per a obtenir recursos concrets d'actuació a l'aula com per a avaluar la metodologia emprada.

Referències

Alsina, C., Burgués, C., Fortuny, J., Giménez, J., Torra, M. (1995). *Ensenyar matemàtiques*. Barcelona: Graó.

Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós.

Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya (2013). *Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic. Educació Primària*. Barcelona. <http://ensenyament.gencat.cat/web/.content/home/departament/publicacions/colleccions/competencies-basiques/primaria/prim-mate-matic.pdf> (consultat gener 2016).

Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya (2015). *Currículum d'Educació Primària. Matemàtiques*. Barcelona. <http://xtec.gencat.cat/ca/curriculum/primaria/> (consultat gener 2016).

Hatano, G., Inagaki, K. (1991). Sharing Cognition through Collectives Comprehension Activity. Dins *Perspectives on Socially Shared Cognition*. Washington, DC: American Psychological Assotiation.

Hufferd-Ackles, K., Fuson, K., Sherin, M. (2004). Describing Levels and Components of Math-Talk Learning Community. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35, 81-116.

Kamii, C. (1988). *El niño reinventa la aritmética*. Madrid: Visor.

Mercer, N. (2001). *Palabras y mentes*. Barcelona: Paidós.

National Council of Teachers of Mathematics (2006). *Curriculum Focal Points*. Reston: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics (2010). *Illuminations. Resources for Teaching Maths*. <http://illuminations.nctm.org/Lessons.aspx> (consultat febrer 2016).

Niss, M. (2003). *Mathematical Competencies and the Learning of Mathematics: the Danish Kom Project*. IMFUFA. Roskilde University, P.O. BOX 260, DK-4000 Roskilde, Denmark.

Serra, T. (2008). Fent i parlant aprenem amb els altres. *Àmbits de Psicopedagogia*, 24, 24-29.

Serra, T. (2010). La conversa de matemàtiques: una eina per a la millora de la competència matemàtica de tot l'alumnat de l'educació primària. Llicència retribuïda. Modalitat A. Departament d'Educació.

Serra, T. (2011). *Parlant de matemàtiques per aprendre'n*. Barcelona: Rosa Sensat.

Serra, T. (2012). La conversa de matemàtiques a l'educació primària: una eina per aprendre. *Àmbits de Psicopedagogia*, 36, 24-34.

Serra, T., Vinós P. J. (2008). *Currículum de matemàtiques en format taula*. http://phobos.xtec.cat/creammat/joomla/index.php?option=com_content&task=view&id=278&Itemid=81 (consultat novembre 2011).

Yackel, E. (2002). What we can learn from analyzing the teacher's role in collective argumentation. *Journal Mathematical Behavior*, 21, 423-440.

